Лабораторная работа №5   
Решение задач оптимизации потоков в сетях

***1. Задача о максимальном потоке***

Имеется некоторая транспортная сеть (рис. 1.). Транспортные потоки могут идти в обоих направлениях некоторых дуг. На рисунке обозначены максимальные пропускные способности в обоих направлениях: например из пункта 3 в пункт 6 может быть транспортирован поток интенсивностью 4 единицы, и такой же поток – из пункта 6 в пункт 3 (нули у окончаний некоторых дуг означают невозможность транспортировки в соответствующем направлении). Требуется определить максимальную пропускную способность сети в целом, т.е. максимальное значение потока .

**14**

**12**

**0**

**6**

**0**

**6**

**0**

**0**

**10**

**20**

**F**

**0**

**4**

**4**

**F**

**2**

**10**

**0**

**4**

**22**

**10**

**4**

**0**

**16**

**14**

**0**

Рис. 1. Транспортная сеть рассматриваемого примера

Так как предполагается, что для каждого промежуточного узла сети полный входящий поток должен быть равен полному выходящему потоку, то задача может быть сформулирована следующим образом:

Максимизировать  при ограничениях:















Учтите ограничения на пропускные способности дуг.

Решите задачу. Путем последовательного запуска поиска решения убедитесь в том, что она имеет неединственное решение.

***2. Задача о потоке минимальной стоимости***

Имеется сеть, представленная на рис. 2.

Рис. 2. Транспортная сеть рассматриваемого примера

**(20)**

**5, 4**

**(15)**

**4, 4**

**(5)**

**12, 15**

**12, \***

**5, \***

**9, 10**

**2, 15**

**5, 5**

**14, 8**

Цифры в скобках обозначают: в случае узла 1 (источника) – количество имеющегося продукта, в случае узлов 4 и 5 – их потребности в продукте. Первые числа у стрелок означают удельную стоимость транспортировки продукта ( ), а вторые – пропускную способность дуги (например, магистрали). Индекс \* у дуг (2,3) и (4,5) означает, что их пропускные способности могут считаться неограниченными (например, они значительно превосходят имеющиеся в наличии запасы продукта).

Требуется определить распределение потоков, при котором суммарная стоимость доставки минимальна, а потребности узлов 4 и 5 удовлетворяются.

Задача сводится к минимизации функции

при ограничениях











Учтите ограничения на пропускные способности магистралей. Решите задачу.

***3. Задача о кратчайшем маршруте***

Для транспортной системы, представленной на рис. 3, определить кратчайший маршрут между узлами 1 и 7.

**24**

**14**

**20**

**12**

**7**

**6**

**12**

**8**

**10**

**12**

**30**

Рис. 3. Схема транспортной системы примера

Очевидно, задача сводится к определению минимума функции



С учетом всех необходимых ограничений, аналогичных использованным при решении предыдущих двух заданий.

Решите задачу с помощью поиска решения.